

Operacions amb radicals

1. Reduir arrels a \tilde{n} -ndex com \tilde{n}° .

El producte i el quocient de les arrels es pot agrupar en una \tilde{n}° nica arrel.

$$(\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}) = \sqrt[n]{a \cdot b} \quad \text{quad} \quad \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

Per \tilde{n}^2 si els \tilde{n} -ndexs s' \tilde{n} diferents, no es poden agrupar directament. Caldrà que abans les reduïm al mateix \tilde{n} -ndex. Fem un exemple:

$$(\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[5]{2}) = \sqrt[15]{\dots} \cdot \sqrt[15]{\dots} \quad \hat{=} \quad \hat{=} \quad \hat{=} \quad \text{transformarem les dues arrels en arrels 15.}$$

Com que modifiquem l' \tilde{n} -ndex, haurem de modificar també el radicand:

$$(\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[5]{2}) = \sqrt[15]{5^3} \cdot \sqrt[15]{2^3} = \sqrt[15]{5^3 \cdot 2^3}$$

2. Treure factors fora d'una arrel.

Si tenim una arrel que no podem expressar com un nombre enter o racional, podem descompondre en factors primers el radicand, i intentar treure factors fora de l'arrel.

Exemple:

$$(\sqrt{75}) = \sqrt{3 \cdot 5^2} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{5^2} = 5 \cdot \sqrt{3}$$

$$(\sqrt[3]{144}) = \sqrt[3]{2^4 \cdot 3^2} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 2 \cdot 3^2} = 2 \cdot \sqrt[3]{2 \cdot 3^2}$$

3. Sumes i restes d'arrels.

No hi ha cap propietat de les arrels que ens permeti agrupar una suma o una resta de dues arrels en una \tilde{n}° nica arrel.

Si hem de calcular sumes i restes d'arrels tan sols podem provar de treure factors fora de les arrels.

Exemple:

$$\text{a) } (\sqrt{18} + \sqrt{50} + \sqrt{8}) = \sqrt{2 \cdot 3^2} + \sqrt{2 \cdot 5^2} + \sqrt{2^3} = 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$$

Com que totes les arrels s' \tilde{n} iguals (diem que s' \tilde{n} arrels semblants) les podem sumar o restar.

$$(3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 2\sqrt{2}) = 6\sqrt{2}$$

$$\text{b) } (\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{250} + \sqrt[3]{10}) = \sqrt[3]{2^4} + \sqrt[3]{5^3 \cdot 2} + \sqrt[3]{2 \cdot 5} = 2\sqrt[3]{2} + 5\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2 \cdot 5}$$

De les tres arrels, tan sols dues s' \tilde{n} semblants.

$$(2\sqrt[3]{2} + 5\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2 \cdot 5}) = 7\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{10}$$