

Vectors

Punts al pla.

Per resoldre problemes geomètrics necessitem identificar qualsevol punt del pla, i això ho aconseguim amb uns eixos de coordenades.

Prenem dues rectes perpendiculars que es tallen en un punt, que anomenarem origen. La recta horitzontal representa l'eix de les x, o eix d'abscisses, i la recta vertical representa l'eix de les y, o eix d'ordenades.



Amb aquest sistema qualsevol punt del pla es pot identificar donant les seves coordenades, la coordenada x i la coordenada y.



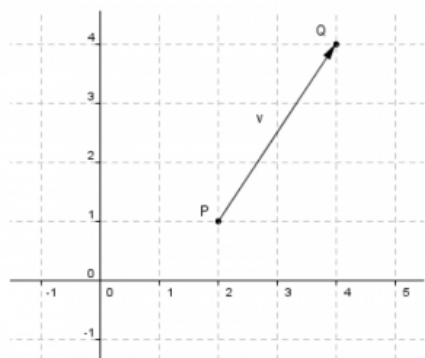
El punt A, per exemple, té per coordenades (2,1).

El punt B té (1,3).

El punt C té (-2,-2).

Vectors.

A més de punts, en el pla treballarem amb vectors. Un vector com una fletxa que va d'un punt A a un punt B. En realitat és una eina matemàtica que fem servir per representar el moviment que cal fer per anar des d'un punt fins a un altre.



Un vector es caracteritza per:

- El mòdul. És la longitud del vector.
- La direcció. És la recta sobre la qual està dibuixat el vector.
- El sentit. Cada direcció té dos possibles sentits. El sentit ens ho indica la fletxa.

Els vectors també es poden descriure fent servir coordenades. Les coordenades d'un vector s'obtenen restant les coordenades del punt extrem i de l'origen.

Per exemple, si prenem els punts $A(2,1)$ i $B(4,4)$, el vector que va d'A a B és:

$$\overrightarrow{AB} = (4,4) - (2,1) = (2,3)$$

Aquestes coordenades ens indiquen que el vector avança dues unitats sobre l'eix horitzontal, i augmenta tres unitats sobre l'eix vertical.

Per calcular el mòdul d'un vector podem fer servir el teorema de Pitàgores:

$$\text{Si } \overrightarrow{u} = (a,b), \text{ llavors } |\overrightarrow{u}| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

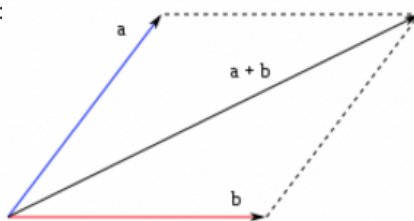
Operacions amb vectors.

Podem sumar vectors, restar-los, i multiplicar un vector per un nombre.

Suma de vectors. Normalment cal sumar les coordenades x i les coordenades y dels vectors.

$$\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v} = (u_1, u_2) + (v_1, v_2) = (u_1 + v_1, u_2 + v_2)$$

Gràficament, la suma de dos vectors correspon a:



Resta de vectors. La resta de vectors es fa de la mateixa manera que la suma.

$$\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v} = (u_1, u_2) - (v_1, v_2) = (u_1 - v_1, u_2 - v_2)$$

Producte d'un vector per un nombre. Multiplicarem les coordenades del vector per aquest nombre.

$(\langle u, u \rangle) = \langle u_1, u_2 \rangle = (\langle u_1, u_1 \rangle, \langle u_1, u_2 \rangle)$